

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

## **Рабочая программа дисциплины**

### **Ортогональные системы функций и квадратурные формулы**

Кафедра математического анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
01.04.01 Математика

Профиль подготовки  
Математический анализ

Уровень высшего образования  
магистратура

Форма обучения  
очная

Статус дисциплины: вариативная (обязательные дисциплины)

Махачкала, 2018

Рабочая программа дисциплины *Ортогональные системы функций и квадратурные формулы* составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры) от 17.08.2015г. № 827.

Разработчик: кафедра математического анализа,  
Хаиров А.Р., к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:

*на заседании кафедры математического анализа от 25 июня 2018 г., протокол № 10.*

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

*на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от 26 июня 2018 г., протокол № 6 .*

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «28» 06 2018 г. 

### Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Ортогональные системы функций и квадратурные формулы* входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с аппроксимативными свойствами ортогональных систем функций и их приложений к квадратурным формулам.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
*общекультурных – ОПК-2,*  
*профессиональных – ПК-1.*

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*знать:* общие свойства ортогональных систем функций, классические ортогональные многочлены и свойства их нулей, интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона, интерполяционные и типа Гаусса квадратурные формулы;

*уметь:* применять свойства ортогональных систем функций для составления квадратурных формул, выбора их узлов и в оценках остаточного члена в приближенных вычислениях интегралов и других задачах прикладной математики;

*владеть:* методами теории ортогональных систем функций в исследованиях квадратурных формул и в других областях научно-исследовательской деятельности.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семес тр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации	
	Все го	в том числе						СРС, в том числе экзамен
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						
		из них						
Лекц ии	Лаборатор ные занятия	Практич еские занятия	КСР	консульт ации				
9	108	8		16			84	экзамен

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *Ортогональные системы функций и квадратурные формулы* являются:

- освоение основных свойств ортогональных систем функций, их приложений к квадратурным формулам;
- творческое овладение основными методами современной теории ортогональных систем функций.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина *Ортогональные системы функций и квадратурные формулы* входит в вариативную часть образовательной программы по направлению *01.04.01 Математика*.

Знания по данному курсу необходимы при работе над диссертацией и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

Изучение данной дисциплины предполагает хорошее знание основных разделов математического анализа, функционального анализа, комплексного анализа, теории меры, численных методов.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения
ОПК-2	Обладать способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знает: общие ортогональные системы функций и их различные реализации, частности, классические ортогональные многочлены; общие квадратурные формулы и их различные типы (интерполяционные, типа Гаусса). Умеет: давать сравнительный анализ свойств разных ортогональных систем функций и разных типов квадратурных формул, находить их сходственные черты и синтезировать как определенное свойство соответственно данной ортогональной системы функций или данного типа квадратурных формул. Владеет навыками подбора подходящей ортогональной системы функций или типа квадратурной формулы для адекватного применения в той или иной области математики или естественнонаучных дисциплин и построения новых

		математических моделей.
ПК-1	Обладать способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	<p>Знает фундаментальные свойства ортогональных систем функций, различные типы квадратурных формул.</p> <p>Умеет: использовать свойства различных ортогональных систем функций при выборе того или другого типа квадратурной формулы; давать оценки остатка той или другой квадратурной формулы.</p> <p>Владеет методами теории ортогональных систем функций и теории квадратурных формул.</p>

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<b>Модуль 1. Ортогональные системы</b>								
1. Построение ортогональных систем	9		2	4			12	
2. Алгебраические свойства и свойства нулей ортогональных многочленов	9		2	4			12	
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>9</b>		<b>4</b>	<b>8</b>			<b>24</b>	Коллоквиум
<b>Модуль 2. Квадратурные формулы</b>								
1. Квадратурные формулы. Остаточный член	9		2	4			8	
2. Квадратурные формулы интерполяционного типа	9		1	2			8	
3. Квадратурные формулы типа Гаусса	9		1	2			8	
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>9</b>		<b>4</b>	<b>8</b>			<b>24</b>	Коллоквиум

<b>Модуль 3. Промежуточная аттестация</b>								
Экзамен	9							36
<b>ИТОГО за семестр</b>	<b>9</b>		<b>8</b>	<b>16</b>			<b>48</b>	<b>36</b>

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

###### Модуль 1. Ортогональные системы

Тема 1. Построение ортогональных систем.

Общие ортогональные системы, их построение. Классические ортогональные многочлены.

Тема 2. Алгебраические свойства и свойства нулей ортогональных многочленов.

Алгебраические свойства и свойства нулей классических ортогональных многочленов.

###### Модуль 2. Квадратурные формулы

Тема 1. Квадратурные формулы. Остаточный член.

Постановка вопроса. Простейшие квадратурные формулы.

Оценка остаточного члена. Погрешность квадратурной формулы на классах дифференцируемых функций.

Тема 2. Квадратурные формулы интерполяционного типа.

Интерполяционная формула Лагранжа. Оценка погрешности через модуль непрерывности. Равноотстоящие узлы и чебышевские узлы.

Тема 3. Квадратурные формулы типа Гаусса.

Точность квадратурных формул на многочленах. Квадратурные формулы интерполяционно-ортогонального типа.

Некоторые нерешенные задачи в теории квадратурных формул.

##### 4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

###### Модуль 1. Ортогональные системы

Тема 1. Построение ортогональных систем.

Классические весовые функции. Построение ортогональных многочленов. Формула Родрига.

Тема 2. Алгебраические свойства и свойства нулей ортогональных многочленов.

Алгебраические свойства и свойства нулей многочленов Чебышева.

###### Модуль 2. Квадратурные формулы

Тема 1. Квадратурные формулы. Остаточный член.

Простейшие квадратурные формулы.

Оценка остаточного члена. Погрешность квадратурной формулы.

Тема 2. Квадратурные формулы интерполяционного типа.

Модуль непрерывности и некоторые способы его оценки. Оценка погрешности квадратурных формул через модуль непрерывности.

Тема 3. Квадратурные формулы типа Гаусса.

Точность квадратурных формул на многочленах. Квадратурные формулы типа Гаусса.

#### 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического

материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### *Учебно-методические пособия для самостоятельной работы*

1. Крылов В. И. Приближенное вычисление интегралов.- М.: Наука, 1967 г.
2. Бейтмен Г., Эрдейн А. Высшие трансцендентные функции. Т.1. Гипергеометрическая функция, функции Лежандра / Пер. с англ.- 2-е изд.- М.: Наука, 1973
3. Никифоров А.Ф., Суслов С.К., Уваров В.Б. Классические ортогональные многочлены дискретной переменной.- М.: Наука, 1985.

### *Задания для самостоятельной работы*

Вопросы и темы для самостоятельного изучения

1. Полиномы Чебышева I и II родов. Их экстремальные свойства.
2. Аппроксимативные свойства рядов по полиномам Чебышева.
3. Ультрасферические полиномы Якоби. Их свойства.
4. Квадратурные формулы типа Гаусса. Сравнение с интерполяционными квадратурными формулами.
5. Функции Бесселя. Основные свойства.
6. Гипергеометрические функции Гаусса.
7. Дискретные ортогональные полиномы. Их приложения.

*Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы*

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<b><i>Модуль 1. Ортогональные системы</i></b>	
1. Построение ортогональных систем	Доклад на тему: Полиномы Чебышева.
2. Алгебраические свойства и свойства нулей ортогональных многочленов	Доклад на тему: Гипергеометрические функции и ортогональные многочлены.
<b><i>Модуль 2. Квадратурные формулы</i></b>	
1. Квадратурные формулы. Остаточный член	Доклад на тему: Модуль непрерывности и классы Гельдера.
2. Квадратурные формулы интерполяционного типа	Доклад на тему: Квадратурные формулы по равноотстоящим узлам.

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-2	Обладать способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знать: общие ортогональные системы функций и их различные реализации, частности, классические ортогональные многочлены; общие квадратурные формулы и их различные типы (интерполяционные, типа Гаусса). Уметь: давать сравнительный анализ свойств разных ортогональных систем функций и разных типов квадратурных формул, находить их сходственные черты и синтезировать как определенное свойство соответственно данной ортогональной системы функций или данного типа квадратурных формул. Владеть навыками подбора подходящей ортогональной системы функций или типа квадратурной формулы для адекватного применения в той или иной области математики или естественнонаучных	Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиума

		дисциплин и построения новых математических моделей.	
ПК-1	Обладать способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	Знать фундаментальные свойства ортогональных систем функций, различные типы квадратурных формул. Уметь: использовать свойства различных ортогональных систем функций при выборе того или другого типа квадратурной формулы; давать оценки остатка той или другой квадратурной формулы. Владеть методами теории ортогональных систем функций и теории квадратурных формул.	Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиума

## 7.2. Типовые контрольные задания

### *Примерные вопросы к коллоквиуму по модулям 1 и 2*

1. Построение ортогональных многочленов.
2. Алгебраические свойства и свойства нулей ортогональных многочленов.
3. Разложение функций по классическим ортогональным многочленам.
4. Квадратурные формулы интерполяционного типа.
5. Квадратурные формулы типа Гаусса.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- Изучение тем модулей 1 и 2 – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### ***а) основная литература:***

1. [Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа](#) - Москва: Физматлит, 2012

Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-9221-0266-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> ().

2. [Натансон И. П. Конструктивная теория функций](#) - Москва , Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949  
Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И.П. Натансон. - Москва ; Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. - 688 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479695> ().

3. [Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены](#) - Москва: Наука, 1979  
Суетин, П.К. Классические ортогональные многочлены / П.К. Суетин. - Изд. 2-е, доп. - Москва : Наука, 1979. - 415 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464157> ().

4. Крылов В. И. Приближенное вычисление интегралов\_ - Москва: Наука, 1967  
Крылов, В.И. Приближенное вычисление интегралов / В.И. Крылов ; ред. А.Ф. Лапко. - Изд. 2-е, доп. - Москва : Наука, 1967. - 400 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457007> ().

#### ***б) дополнительная литература:***

1. Бахвалов Н. С. Численные методы : анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения\_ - Москва: Наука, 1975  
Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941> ().

2. Карлин С., Стадден В. Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике - Москва: Наука, 1976  
Карлин, С. Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике / С. Карлин, В. Стадден ; пер. с англ. под ред. С.М. Ермакова. - Москва : Наука, 1976. - 568 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459751> ().

3. Бейтмен Г. и Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра / Бейтмен Г. и Эрдейи А. ; Пер. с англ. Н.Я. Виленкина.- М.: "Наука", 1965. - 294 с. : с черт. ; 22 см.

4. Никишин, Е.М. Рациональные аппроксимации и ортогональность / Никишин, Евгений Михайлович, В. Н. Сорокин. - М. : Наука, 1966. - 254,[1] с. ; 21 см. - Библиогр.: с. 246-252 (173 назв.). - Пред. указ.: с. 253-255. - 3-20.

#### **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:**

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам

3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>).

#### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по дисциплине распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, Изучение тем модулей 1 и 2а и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.